

© П.А.Кручинин, 2004.  
УДК 534:57:612.74

**П.А.Кручинин**

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЗНЫХ НАРУШЕНИЙ БОЛЬНОГО ПРИ RECTUS-СИНДРОМЕ.**

*Механико-математический факультет Московского Государственного Университета им. М.В.Ломоносова  
Москва, Россия*

**Аннотация:** Доклад посвящен вопросам моделирования позы больных с нарушениями нервной системы. В качестве примера рассмотрен rectus-синдром - нарушение, при котором вследствие дополнительной иннервации напряжена прямая мышца бедра - rectus. Поза определяется с учетом того, что нервная система вырабатывает командные сигналы (нервные импульсы) мышцам с целью вертикализации положения туловища больного (центр масс расположен над стопой и туловище вертикально).

**Ключевые слова** rectus-синдром, математическая модель, нарушения системы регуляции движений

Математическое моделирование позы и движений человека с нарушениями системы регуляции движений представляется достаточно важной и чрезвычайно сложной задачей биомеханики. В ходе решения этой задачи необходимо моделировать особенности управляющих сигналов поступающих со стороны нервной системы. Попытки максимально точно отобразить особенности функционирования системы управления с использованием технологии нейронных сетей [1] до настоящего времени не дают удобного инструмента, позволяющего прогнозировать изменение позы или походки в результате оперативного вмешательства. В связи с этим представляется целесообразным моделирование основных особенностей позы и движения больных с помощью упрощенных структурных моделей и «грубых» предположений о целях и свойствах управления мышечными усилиями. В настоящей статье приводится пример математического моделирования позы больного с симптомокомплексом типа rectus-синдрома. Больные с rectus-синдромом относятся к группе больных с заболеваниями типа детского церебрального паралича и характеризуются повышенным тонусом прямой мышцы бедра [2, 3]. Клиническими проявлениями гипертонуса этой мышцы являются наклон таза, компенсаторный гиперлордоз и вторичная флексия либо экстензия коленных суставов. Рассмотрим модель призванную описать наиболее распространенный вариант сохранения вертикальной позы у таких больных: относительно вертикальная поза на полусогнутых конечностях со слабо выраженными лордозом и наклоном таза.

Опишем положение корпуса человека в проекции на сагитальную плоскость. Рассмотрим традиционную плоскую трехзвенную антропоморфную схему скелетного многозвенника: стопа, голень, бедро, корпус (рис. 1). Голова и руки счита-

ются неподвижными относительно корпуса, моделируемого твердым телом массой  $m$ , стопа неподвижна. Обозначим через  $O_1, O_2, O_3$  центры вращения соответственно голеностопного, коленного и тазобедренного суставов, через  $O_1 O_2 = L_1, O_2 O_3 = L_2$  длины голени и бедра,  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  - углы

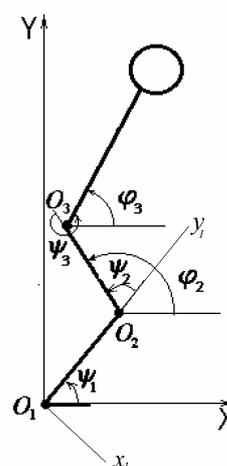


Рис. 2. Обобщенные координаты для описания позы.

поворотов звеньев относительно неподвижной системы координат  $O_1XYZ$ , связанной со стопой, через  $\psi_1 = \varphi_1, \psi_2 = \varphi_2 - \varphi_1, \psi_3 = \varphi_3 - \varphi_2$  - углы относительных поворотов. На рис. 2 представлена расчетная модель основных двухсуставных мышц-антагонистов. На рисунке сплошными линиями изображены абсолютно жесткие элементы скелета и сухожильные окончания мышц, моделируемые нерастяжимыми нитями. Деформируемые, силовые элементы мышц изображены пунктиром. На рисунке обозначены также углы и линейные размеры, использованные для описания особенностей крепления мышц. Будем предполагать, что двухсуставные мышцы играют ведущую роль в формировании позы.

Уравнения равновесия для приведенной структурной схемы выведены в [4, 5] и имеют вид

$$\begin{aligned} -mgx_c + M_{\varphi_1} + M_1 &= 0 \\ -mgx_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c) + M_{\psi_3} + M_3 &= 0 \\ -mg[L_2 \cos(\psi_1 + \psi_2) + \alpha_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c)] + M_{\varphi_2} + M_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

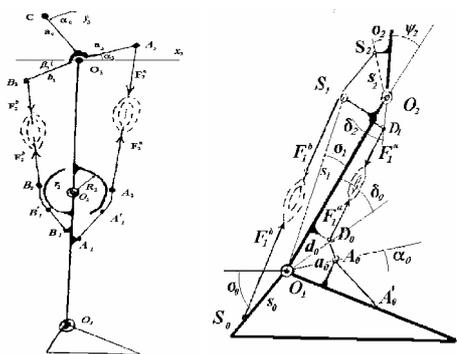


Рис. 3. Приближенная схема крепления двухсуставных мышц

Здесь

$$x_c = L_1 \cos \psi_1 + L_2 \cos(\psi_1 + \psi_2) + a_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c) \quad (2)$$

- координата центра масс  $C$ .  $M_1, M_2, M_3$  - моменты, создаваемые односуставными мышцами в голеностопном, коленном и тазобедренном суставах;  $M_{\psi_1}, M_{\psi_2}, M_{\psi_3}$  - моменты, создаваемые в этих же суставах двухсуставными мышцами. Эти моменты определяются в соответствии со схемами на рис. 2 через усилия в мышцах по формулам

$$\begin{aligned} M_{\psi_1} &= -F_1^a \frac{a_0 d_0}{|A_0 D_0|} \sin(\psi_1 - \alpha_0 - \delta_0) + F_1^b s_0 \sin(\psi_1 - \sigma_0 - \sigma_1) \\ M_{\psi_2} &= -F_2^a R_2 + F_2^b r_2 + F_1^b \frac{s_2}{L_1} [\Delta_1 \sin(\psi_2 + \sigma_2) + L_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi_2 + \sigma_2)] \\ M_{\psi_3} &= -F_2^a a_3 \cos(\psi_3 + \alpha_3) + F_2^b b_3 \cos(\psi_2 + \beta_3) \end{aligned} \quad (3)$$

В эти выражения входят четыре силы  $F_1^a, F_1^b, F_2^a, F_2^b$  развиваемые группами двухсуставных мышц бедра и голени. Далее учтем, что для удержания вертикальной позы человеком характерно положение центра масс смещенное вперед по отношению к оси голеностопного сустава [6]. При таком положении будем предполагать, что передняя группа мышц бедра не напряжена, и будем считать, что  $F_1^a = 0$ .

Для моделирования усилий остальных групп мышц воспользуемся моделью мышечной силы из [7]. Идеализированная статическая зависимость силы  $F$  от длины  $l$  мышцы записывается в виде

$$F(l, \lambda) = \begin{cases} 0, & \text{при } l < \lambda \\ K(l - \lambda), & \text{при } l \geq \lambda \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $K = const$  - крутизна характеристики. Величина этой крутизны определяется так называемым стретч-эффектом - иннервацией мышечных волокон за счет внутримышечных обратных связей. Величина  $l$  - сдвиг нуля характеристики - определяется высшими отделами нервной системы и является управляющим параметром силы мышцы.

Соотношения для длин указанных двухсуставных мышц имеют вид

$$l_2^a = \sqrt{L_2^2 + a_3^2 + 2L_2 a_3 \sin(\psi_3 + \alpha_3)} - R_2^2 + R_2(\psi_2 - \gamma_{23}^a);$$

$$l_2^b = \sqrt{s_1^2 + s_0^2 - 2s_0 s_1 \cos(\pi + \sigma_0 - \sigma_1 - \psi_1)} + \sqrt{s_2^2 + O_2 S_1^2 - 2s_2 O_2 S_1 \cos(\pi - \psi_2 - \sigma_2 - \angle S_1 O_2 O_1)}$$

$$l_2^b = \sqrt{L_2^2 + b_3^2 + 2L_2 b_3 \sin(\psi_3 + \beta_3)} - r_2^2 - r_2(\psi_2 - \gamma_{23}^b); \quad (5)$$

где

$$\gamma_{23}^a = \arccos \left[ \frac{R_2}{\sqrt{L_2^2 + a_3^2 + 2L_2 a_3 \sin(\psi_3 + \alpha_3)}} \right] + \arctan \left[ \frac{a_3 \cos(\psi_3 + \alpha_3)}{L_2 + a_3 \sin(\psi_3 + \alpha_3)} \right];$$

$$\gamma_{23}^b = \arctan \left[ \frac{\sqrt{L_2^2 + b_3^2 - 2L_2 b_3 \sin(\psi_3 + \beta_3)} - r_2^2}{r_2} \right] + \arcsin \left[ \frac{b_3 \cos(\psi_3 + \beta_3)}{\sqrt{L_2^2 + b_3^2 - 2L_2 b_3 \sin(\psi_3 + \beta_3)}} \right];$$

$$O_2 S_1 = \sqrt{s_1^2 + L_1^2 - 2s_1 L_1 \cos \sigma_1}.$$

Здесь и далее под длиной мышц понимается длина мышцы вместе с сухожильными окончаниями, то есть суммарная длина сухожилий и мышц измеряемая между точками крепления сухожилий к кости.

Соотношения (1)-(5) образуют систему уравнений, описывающих взаимосвязь сил двухсуставных мышц  $F_1^b, F_2^a, F_2^b$ , моментов односуставных мышц  $M_1, M_2, M_3$ , углов скелетного многосвязника  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$ , и параметров управления мышечными усилиями двухсуставных мышц  $\lambda_1^b, \lambda_2^a, \lambda_2^b$ . Для моделирования позы больного при gectus-синдроме будем считать, что  $\lambda_2^a$  определяется патологическим нервным импульсом. Клинический опыт [2, 3] показывает, что величина  $\lambda_2^a$  для больного меньше длины gectus'a здорового человека в вертикальной стойке с выпрямленными ногами приблизительно на 4 см. Прочие переменные  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \lambda_1^b, \lambda_2^b, M_1, M_2, M_3$  при описании позы больного считаем неизвестными. Для описания позы примем следующие предположения и запишем соответствующие им соотношения.

1. Центр масс больного находится над голеностопным суставом (реальное его смещение на несколько сантиметров вперед сравнимо с погрешностями моделирования и не учитывалось)

$$x_c = L_1 \cos \psi_1 + L_2 \cos(\psi_1 + \psi_2) + a_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c) \quad (6)$$

2. Корпус удерживается в вертикальном положении

$$\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 = \pi/2. \quad (7)$$

3. Сумма квадратов моментов односуставных мышц минимальна  $M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 \rightarrow \min$ . (8)

Это предположение принято для определенности аналогично предположениям работы [8]

Принципиально возможна минимизация и других функционалов.

Первые два предположения подтверждаются анализом клинических данных.

Задача решалась численно средствами пакета MATLAB 5.2 для следующих значений параметров:  $m = 50$  кг,  $\sigma_0 = \pi/4$ ,  $\sigma_1 = 2^\circ$ ,  $\sigma_2 = 2,5^\circ$ ,  $s_0 = 7$  см,  $s_1 = 37$  см,  $s_2 = 3$  см,  $L_1 = 37$  см,  $L_2 = 40$  см,  $R_2 = 5$  см,  $r_2 = 3$  см,  $a_3 = 6,5$  см,  $b_3 = 8,5$  см,  $\alpha_3 = 50^\circ$ ,  $\beta_3 = 70^\circ$ ,  $a_c = 10$  см,  $a_c = 0$ ,  $K = 50$  кН/м.

Эти значения параметров приблизительно соответствуют человеку с ростом 150 см. среднего телосложения. Значение  $\lambda_2^a$  принималось равным  $\lambda_2^a = l_2^{a(0)} - 4$  см., где  $l_2^{a(0)}$  длина прямой мышцы бедра в выпрямленной вертикальной стойке для здорового человека ( $\psi_1 = 90^\circ, \psi_2 = \psi_3 = 0$ ). Полученные в результате решения задачи (1)-(8) значения углов

Таблица 1

	Модель	Больной 1	Больной 2
$\Psi_1$	64°	77°	56°
$\Psi_2$	50°	34°	64°
$\Psi_3$	-24°	-19°	-41°

В этой же таблице приведены значения этих же углов для двух больных, полученные в результате измерений проведенных по фотографиям, предоставленным автору хирургом А.М.Журавлевым (Реабилитационный центр «Детство», г. Москва)

Анализ этих значений показывает, что приведенная модель удовлетворительно описывает качественные особенности удержания позы больным с rectus-синдромом. Заметим также, что снятие требования о вертикальном положении корпуса больного при моделировании ведет к выпрямлению колен моделирующего многозвенника, и сохраняет угол в тазобедренном суставе в районе 23°, что коррелируется с известными состояниями части больных, склонных к глубокому лордозу позвоночника в «вертикальной стойке». Таким образом, численно подтверждается предположение А.М.Журавлева [9] о том, что Z-образная стойка больного вызвана стремлением больного держать вертикально спину, избегая глубокого лордоза.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (Грант № 02-01-00774).

### Литература.

1. Morris A.R., Naumann S., D'Eleuterio G.M.T., Wedge J. Simulating Cerebral Palsy Lokomotion for Surgery. // VII-th International Symposium on Computer Simulation in Biomechanics. - Calgary, Canada. - 1999. (Имеется в Интернете по адресу <http://isb.ri.ccf.org/tgcs/iscsb7/abstracts/morris.pdf>)
2. Журавлев А.М., Перхурова И.С., Семенова К.А., Витензон А.С. Хирургическая коррекция позы и ходьбы при детском церебральном параличе. - Ереван: Изд-во "Айастан". 1986. - 232 с.
3. Перхурова И.С. Лузинович В.М., Сологубов Е.Г. и др. Регуляция позы и ходьбы при детском церебральном параличе и некоторые способы коррекции. - М.: Изд-во «Книжная палата». 1996. - 242 с.
4. Новожилов И.В., Копылов И.А., Кручинин П.А. и др. Математическое моделирование сгибательно-разгибательных движений нижних конечностей при изменении вертикальной позы человека. - М.: Изд-во мех-мат ф-та МГУ. 2001. - 52 с.
5. Копылов И.А., Кручинин П.А., Новожилов И.В. О реализуемости движений по Н.А.Бернштейну// Известия РАН. МТТ.- 2003. N 5. - С. 39-49.
6. Гурфинкель В.С., Коц Я.М., Шик М.Л. Регуляция позы человека. - М.: Наука. 1965. - 255 с.
7. Фельдман А.Г. Центральные и рефлекторные механизмы управления. - М.: Наука. 1979. - 184 с.
8. Sotin A.V., Akulich Yu.A., Podgayets R.M. The calculation of loads acting on the femur during normal human walking.// Russian Journal of Biomechanics. - 2000. N 1. - С. 49-61.
9. Журавлев А.М. – частное сообщение.

**P.A.Kruchinin**

### MATHEMATIC MODELING OF PATIENTS WITH RECTUS-SINDROME

*Moscow State University  
Moscow, Russia*

The problem of mathematical modeling of posture of the patient with neural systems disturbance is considered. An example of rectus-syndrome is considered. The rectus femoris of the patient with rectus-syndrome has supplementary effort due to the additional perturbation of neural signal. It is necessary use in mathematical model next assumption: neural system manufactured command signals (neural impulses) for other muscles to place center of gravity of human body over the ankle and to arrange human body vertical.

**E-Mail:** [kruch@mech.math.msu.su](mailto:kruch@mech.math.msu.su)